

**srt**

**COLLABORATORS**

	<i>TITLE :</i> srt		
<i>ACTION</i>	<i>NAME</i>	<i>DATE</i>	<i>SIGNATURE</i>
WRITTEN BY		August 3, 2022	

**REVISION HISTORY**

NUMBER	DATE	DESCRIPTION	NAME

# Contents

<b>1</b>	<b>srt</b>	<b>1</b>
1.1	Relativitätstheorie . . . . .	1
1.2	srt.guide/Distribution . . . . .	2
1.3	srt.guide/Axiome . . . . .	2
1.4	srt.guide/Basics . . . . .	3
1.5	srt.guide/ich . . . . .	4
1.6	srt.guide/inertialsystem . . . . .	5
1.7	srt.guide/c . . . . .	6
1.8	srt.guide/Geschwindigkeitsformel . . . . .	6
1.9	srt.guide/Hoehentransformation . . . . .	8
1.10	srt.guide/Minkowskidiagramme . . . . .	8
1.11	srt.guide/Laengenmessung . . . . .	10
1.12	srt.guide/Geschwindigkeitsmessung . . . . .	11
1.13	srt.guide/Intervalle . . . . .	11
1.14	srt.guide/Gleichzeitigkeit . . . . .	12
1.15	srt.guide/Raumzeit . . . . .	14
1.16	srt.guide/Geschwindigkeitsaddition . . . . .	15
1.17	srt.guide/Zeitdilatation . . . . .	17
1.18	srt.guide/Laengenkontraktion . . . . .	19
1.19	srt.guide/Minkowskiabstaende . . . . .	20
1.20	srt.guide/Beschleunigung . . . . .	24
1.21	srt.guide/Ubungsaufgaben . . . . .	27
1.22	srt.guide/Ende . . . . .	27

---

# Chapter 1

## srt

### 1.1 Relativitätstheorie

srt.guide Version 1.0.1

Willkommen zu diesem Guide-File, das die Grundzüge der speziellen Relativitätstheorie (SRT) für jedermann verständlich erklären will.

<Wichtige Anmerkung: die in diesem Guide enthaltenen Grafiken sind auf eine Workbench-Auflösung von 640\*256/8 Farben ausgelegt. Dies sollte es jedem Amigabesitzer erlauben, mit diesem Guide zu arbeiten. Grafiken werden mit "multiview", Animationen mit "Player" angezeigt.>

Als erstes:

Der ganze rechtliche Kram  
Jetzt aber hinein ins Vergnügen:

- 1.: Das Dogma der SRT
    - die elementaren Grundlagen
  - 2.: Minkowskidiagramme
    - Die grafische Darstellung relativistischer Prozesse
  - 3.: Längenmessung, Ort und Zeit
    - Wie werden Längen gemessen?
  - 4.: Geschwindigkeitsmessung
    - Wie bestimmen wir eine Geschwindigkeit?
  - 5.: Intervalle
    - Welche Beziehung kann zwischen zwei Ereignissen bestehen?
  - 6.: Gleichzeitigkeit
-

- Relativität der Gleichzeitigkeit
- 7.: Ort und Zeit
  - Bewegte Beobachter sehen die Welt anders
- 8.: Geschwindigkeitsaddition
  - $0.5c + 0.5c = 0.8c$  ???
- 9.: Zeitdilatation
  - Die Zeit vergeht für bewegte Beobachter anders
- 10.: Längenkontraktion
  - wie lang ist ein Meterstab bei  $v=0.6c$ ?
- 11.: Minkowski-Abstände
  - Raum + Zeit = Raumzeit
- 12.: Beschleunigung
  - Der Titel sagt alles...
- 13.: Übungsaufgaben
  - Für alle, die nicht genug kriegen können...
- 14.: ENDE
  - Hat's Spaß gemacht?

## 1.2 srt.guide/Distribution

Dieses .guide sowie die dazugehörigen IFF-Grafiken und Animationen sind  
(c) 1995 by Thomas Fischbacher.

Alle in diesem Paket enthaltenen Files dürfen frei kopiert, jedoch nicht verändert werden.

Das Übertragen auf ein anderes Medium (z.B. Druck) ist ebenso wie das Übersetzen in ein anderes Datenformat (guide to ascii, guide to TeX, etc.) ohne meine ausdrückliche Genehmigung untersagt.

Kommerzielle Nutzung ohne meine Einwilligung ist ebenfalls untersagt.

## 1.3 srt.guide/Axiome

Die gesamte SRT baut auf zwei Grundaussagen auf:

Die physikalischen Gesetze gelten in jedem  
Inertialsystem  
in gleicher Weise

und

Die Lichtgeschwindigkeit ist in jedem  
Inertialsystem  
gleich

Die erste Aussage leuchtet ein. Wir werden von jeder physikalischen Theorie fordern, daß sie unabhängig vom Standort und Bewegungszustand des Beobachters ist.

Die zweite Aussage scheint dem zunächst zu widersprechen ("Warum bewegt sich das Licht meiner Autoscheinwerfer nicht mit

$c$   
+100km/h vorwärts?"), doch gerade um diesen scheinbaren Widerspruch aufzudecken, soll dieses Guide dienen.

## 1.4 srt.guide/Basics

Warum dieses Guide?

Zwei Gründe haben mich dazu veranlaßt, dieses Guide zu schreiben.

Zum einen wollte ich eine möglichst einfache und leichtverständliche Darstellung der Grundaussagen der SRT entwerfen. Ausgangspunkt hierfür war, daß ich andauernd nach der Bedeutung von  $E=mc^2$ , der Gravitation, Lichtgeschwindigkeit, Kernspaltung usw. gefragt werde und zudem feststellen muß, daß viele von der Relativitätstheorie ein falsches Bild haben (woran sicher Star Trek/Raumschiff Enterprise nicht ganz unschuldig ist...).

Zum anderen macht es wirklich Spaß, Amigaguide-Files zu entwerfen. :-)

Das Hauptaugenmerk war bei der Entwicklung dieses Guide-Files auf eine verständliche, klare Darstellung gelegt - selbst wenn das in manchen Punkten sehr zu Lasten der physikalischen Genauigkeit geht. Komplizierte mathematische Ausführungen wurden vermieden, wo sie sich nur vermeiden ließen. Da ich aber noch keinen Weg gefunden habe, Massenzunahme, Impuls und Kraft einfach und ohne großes mathematisches Geschütz darzustellen, beschränkt sich dieses Guide genaugenommen auf Aussagen, die in engem Zusammenhang mit der "Lorentztransformation" stehen. Über die Bedeutung von  $E=mc^2$  oder gar die allgemeine Relativitätstheorie gibt dieses Guide also keine Auskunft. Auch auf eine genaue Beschreibung des Dopplereffekts wurde verzichtet.

Was bringt dieses Guide denn dann überhaupt?

Im wesentlichen ist es als Antwort auf die Frage "was ist an der Lichtgeschwindigkeit so besonders?" gedacht.

Ich wünsche viel Spaß beim Lesen!

---

Thomas Fischbacher  
23.01.1995

## 1.5 srt.guide/ich

Über den Autor

Ohgott... soll ich jetzt auch noch was über mich selber schreiben...  
Nagut, ich bin 2.10 m groß, blond, muskulös, braungebrannt, sportlich,  
nee, Quatsch. Alles garnicht wahr. :-)

Genaugenommen könnt man mein Erscheinungsbild eher als das des typischen  
Hackers bezeichnen. Unrasiert, zerzaustes Haar, groß  
(naja... 1.89m), blaß, abgemagert, Augenringe, schleche Gesundheit,  
naja... Brille hab ich zwar keine.

(Ohgott... um das wiedergutzumachen, muß ich mich jetzt erst mal ganz  
dick selber loben...)

Im Moment mach ich gerade Zivi. Schulabschluß (Abi, of course) '94.  
[Mann, wie hab ich Latein gehaßt!!!]

War ne grobe Zeit, die letzten zwo Schuljahre. Insgesamt 9 Wochen  
"Sonderurlaub" für Teilnahme an den Auswahlverfahren für Physik- und  
Chemieolympiade sowie an Schülerakademien. (Warum müssen sie Heinis so  
was immer in Flensburg und Kiel veranstalten? Ich wohn in Südostbayern,  
mann...) Naja... in Chemie war ich ja dann auch '94 in der deutschen  
Mannschaft für die Olympiade in Oslo. [War schon 'n Spaß... wenn nur  
diese blöde Lungenentzündung nicht gewesen wäre... :-( ]  
Da fällt' gar nicht so auf, was ich nebenher in Mathematik und Informatik  
noch so alles verbrochen hab.  
Schule - besser gesagt: einige Lehrer - hab ich gehaßt.  
Deshalb hat's mir nach 12 Jahren auch völlig gereicht. Weiß nicht,  
was ich alles angestellt hätte, wenn ich - wie meine Klassenkameraden -  
13 Jahre hätte machen müssen. :-)

Sollten also grobe Fehler in diesem Guide auftauchen, so bedenkt bitte,  
daß ich eigentlich - um Herrn Lindts Worte zu verwenden - nur  
"ein verhinderter Physiker" bin. Meine eigentliche Begabung is nun  
mal Chemie. :)

P.S. Ich hätt hier eigentlich noch meinen Geek-Code angegeben, aber da  
war das Guide schon abgeschickt. =:-)

P.P.S. Über Email bin ich unter "dexam@another.gun.de" zu erreichen.  
Ich beantworte alle persönliche Post - solange sie nur  
elektronisch ist. :-)

P.P.P.S wer jetzt meint, daß ich ein unter Selbstüberschätzung leidender  
Stinkstiefel bin, hat recht.

---

P.P.P.P.S Quatsch

P.P.P.P.P.S Oder etwa nicht?

P.P.P.P.P.P.S Doch.

P.P.P.P.P.P.P.S Jetzt aber genug dieses Guide mit Schrott vollgemüllt. :-)

## 1.6 srt.guide/inertialsystem

Stichwort: Inertialsystem

(lat. Inertia = Trägheit)

Ein Inertialsystem ist ein "Trägheitssystem".

Das weithin bekannte erste Newtonsche Gesetz besagt:

Ein Körper, auf den keine äußere Kraft wirkt, bleibt in Ruhe oder behält seinen Bewegungszustand bei

Wenn wir einen Stein über eine Eisfläche schleudern, wird dieser die Richtung seiner Bewegung nicht ändern und nur sehr langsam durch Reibung gebremst. Nehmen wir an, es gebe eine unendlich große, perfekt glatte Eisfläche völlig ohne jede Reibung. Unser Stein würde dann seine Bewegungsrichtung und seine Geschwindigkeit ewig beibehalten.

Ein Raumschiff, das fernab von allen Sternen, die Anziehungskräfte ausüben, den Antrieb ausschaltet, wird auf ewig mit gleichbleibender Geschwindigkeit durch den Raum driften. Da keine Kraft wirkt, befindet sich das Raumschiff in einem Trägheits- oder Inertialsystem.

Der Mond wird durch die Anziehungskraft der Erde auf einer Kreisbahn gehalten. Da auf ihn eine Kraft wirkt, bewegt er sich nicht in einem Inertialsystem. Zwar ist seine Bahngeschwindigkeit stets gleich, doch die Richtung der Bewegung ändert sich ständig - er bewegt sich auf einer gekrümmten Bahn, nicht auf einer Geraden.

Ein Kind auf einem Karussell spürt eine Kraft, die nach außen drückt - die sogenannte "Fliehkraft". Folglich befindet es sich ebenfalls nicht in einem Inertialsystem.

Beim Autofahren werden wir beim Beschleunigen in die Sitze gedrückt. Beim Aufprall auf ein festes Hindernis oder beim Bremsen werden wir aus den Sitzen heraus nach vorne gedrückt. Und in den Kurven zieht es uns zur Seite. Solange wir aber auf gerader Strecke mit gleichbleibender Geschwindigkeit fahren, spüren wir (fast) keine Kraft - wir befinden uns (annähernd) in einem Inertialsystem.

Besonders eklig macht sich die Trägheit beim Fahren auf eisglatter Straße bemerkbar. Mann, dieser Winter '94/'95 is absolut kacke!

## 1.7 srt.guide/c

c

ist das Symbol für die Lichtgeschwindigkeit. Sie beträgt exakt

299 792 458 Meter pro Sekunde,

oder 1 079 252 849 km/h, oder 671 177 145 mph.

Das Licht benötigt für die Strecke  
vom Boden bis zum Astra-Fernsehsatelliten 12/100 Sekunden,  
von der Erde bis zum Mond (384400 km) 1.3 Sekunden,  
von der Sonne bis zur Erde 8.3 Minuten,  
und von uns bis zum nächsten Stern rund vier Jahre.

Ein Lichtjahr ist die Strecke, die das Licht in einem Jahr zurücklegt -  
rund 9 Billionen 463 Milliarden Kilometer!

Eine Lichtsekunde ist die Strecke, die das Licht in einer  
Sekunde zurücklegt. 299792458 Meter - oder rund 300 000 km.

Um Mißverständnissen vorzubeugen:

Die Größe "c", die in diesem Guide als "Lichtgeschwindigkeit"  
bezeichnet wird, ist - wie sich zeigen wird - eine allgemeine  
Eigenschaft von Raum und Zeit.

Der Name "Lichtgeschwindigkeit" für "c" ist - gelinde gesagt -  
ziemlich unglücklich gewählt, denn die  
Lichtausbreitungsgeschwindigkeit - also die  
Geschwindigkeit, mit der sich eine Lichtwelle bewegt, ist nur  
im Vakuum gleich c.

So blöd es klingt: Lichtgeschwindigkeit und Lichtausbreitungs-  
geschwindigkeit sind nicht unbedingt dasselbe! Beispielsweise  
ist eine Lichtwelle im Wasser nur ca. 225000 km/s schnell.

Wir werden später sehen, daß sich nichts schneller als c bewegen  
kann. Wohl aber ist es für ein Teilchen möglich, sich beispielsweise  
im Wasser schneller als 225000 km/s und damit schneller als das Licht  
zu bewegen. (Allerdings nicht schneller als 300000 km/s!)

So zum Beispiel zieht ein schnelles Neutron (Geschwindigkeit > 250000 km/s),  
das in Wasser geschossen wurde, eine "Leuchspur" ähnlich einem  
Überschallkegel hinter sich her. Diese "Cherenkov-Strahlung" macht u.a. das  
blaue Leuchten des Wassers in Reaktoren aus.

## 1.8 srt.guide/Geschwindigkeitsformel

v + w

---

$$x = \frac{v+w}{1 + v*w/c^2}$$

So werden Geschwindigkeiten, die als Bruchteil von  $c$  gegeben sind, richtig "addiert". Um die Verwechslung mit der einfachen Addition  $v+w$  auszuschließen, wird im folgenden immer, wenn Geschwindigkeiten nach dieser Formel addiert werden sollen, das Zeichen "#" verwendet werden.

Also:

$$0.5c + 0.5c = 1.0c$$

$$0.5c \# 0.5c = 0.8c$$

Wir stellen fest:

1.:

Die Formel liefert für  $v$  und  $w < c$  immer nur Werte  $< c$ . Wir können diese Formel sogar noch ein wenig erweitern, indem wir Werte zwischen  $0$  und  $-c$  zulassen. Die entsprechende Bewegung geht halt dann "in die andere Richtung". Trotzdem gilt, daß der Betrag der Geschwindigkeit immer  $< c$  bleibt.

Ein relativistischer Mantafahrer kann also immer den Fall erleben, daß er von einer Mühle, die mit  $0.8c$  an ihm vorbeizieht, überholt wird - egal wie schnell er zu fahren glaubt. Und dem, der unseren relativistischen Manni überholt hat, kann genau dasselbe passieren, d.h. daß jemand mit  $0.8c$  an ihm vorbeizieht. (Für Manni hätte dieser zweite Überholer allerdings nur "schlappe"  $0.98c$  drauf.)

2.:  $a\#b = b\#a$

Der sich im bewegten System bewegende Beobachter stellt also für uns dieselbe Geschwindigkeit fest, die wir für ihn annehmen. Das ist auch gut so, weil wir ja beide in der Relativitätstheorie gleichwertig sein müssen. Wenn wir die Geschwindigkeit  $x$  und der bewegte Beobachter eine andere Geschwindigkeit  $y$  feststellen würde, wäre das ein Verstoß gegen den Grundsatz, daß die Naturgesetze überall in gleicher Weise gelten.

3.:  $a\#0 = a$

Geschwindigkeit  $0$  entspricht also einem ruhenden Körper

4.:  $a\#b$  ist ungefähr  $a+b$  für kleine (gegenüber  $c$ !) Geschwindigkeiten.

Wenn ich im ICE, der ja schon mal  $250$  km/h fährt, mit  $30$  km/h nach vorne laufe, bewege ich mich nicht mit  $280$  km/h vorwärts, sondern nur mit  $279.99999999997$  km/h.

Bei "alltäglichen" Geschwindigkeiten fällt dieser relativistische Effekt also praktisch überhaupt nicht auf, wir können Geschwindigkeiten "in sehr guter Näherung" einfach mit der Formel  $v+w$  addieren.

## 1.9 srt.guide/Hoehentransformation

Ist die Höhe eines Körpers - besser gesagt: die Ausdehnung rechtwinklig zur Bewegungsrichtung - von der Geschwindigkeit des Körpers unabhängig?

Nehmen wir an, durch die Bewegung würde die Höhe verkürzt, d.h. ein bewegter Waggon wäre flacher als ein ruhender. Dann würde eine im Waggon sitzende Person sagen, daß sie nicht geschrumpft, sondern die sich bewegende Außenwelt "höher" geworden ist. Die RT sagt aber, daß es egal ist, wen wir als ruhend betrachten - in beiden Fällen müssen wir dasselbe Ergebnis erhalten. Das ist nur möglich, falls die Höhe - wie auch die Breite - eines sich längs bewegenden Körpers von der Geschwindigkeit unabhängig ist.

## 1.10 srt.guide/Minkowskidiagramme

<Diagramm 1 anzeigen>

Um relativistische Vorgänge anschaulicher zu machen, stellt man sie in Schaubildern - sogenannten "Minkowski-Diagrammen" dar.

(Anmerkung: ich find die Dinger irgendwie leichter verständlich, wenn der Ort nach oben und die Zeit nach rechts abgetragen wird... also nicht wundern, wenn das in nem Physikbuch genau andersrum ist.)

Jeder Vorgang, der sich auf einer geraden Linie abspielt, kann in ein solches Diagramm übertragen werden.

Nach rechts wird hierbei die Zeit, nach oben der Ort abgetragen. Die Maßeinheit für die Zeit ist bei relativistischen Schaubildern fast immer die Sekunde. Um auf der Ortsachse ebenfalls eine vernünftige Skala anbringen zu können, wählt man hier als Einheit die

Lichtsekunde

, also die Strecke, die das Licht in einer Sekunde zurücklegt.

Das Schaubild Nr. 1 zeigt vier Linien, die jeweils die Bewegung eines Körpers beschreiben. Solche Linien nennt man auch "Weltlinien".

Die Weltlinie eines jeden Körpers gibt an, zu welcher Zeit er sich an welchem Ort befindet oder befunden hat. Aus der Steigung der Weltlinie läßt sich - wie wir sehen werden - die Geschwindigkeit des Körpers ablesen.

Alle Weltlinien im Schaubild gehen vom Punkt 0/0 aus, d.h. zur Zeit 0 waren alle vier Körper am gleichen Ort.

Nehmen wir an, die vier Körper seien Raumschiffe.

Linie Nummer eins gehört zu unserem eigenen Schiff. Da wir uns aus unserer Sicht nicht vorwärts bewegen, sind wir zu jeder Zeit am Ort 0.

Linie Nummer zwei gehört zu einem Raumschiff, das sich zunächst mit gleichbleibender Geschwindigkeit nach vorne von uns wegbewegt (da in gleichen Zeitabschnitten gleiche Weglängen zurückgelegt werden - die Steigung der Linie ist zunächst längere Zeit gleichbleibend), dann in einer festen Entfernung vor uns eine gewisse Zeit verharret (die Linie verläuft flach - Zeit vergeht, aber da Schiff bewegt sich nicht), um sich dann erneut mit gleichbleibender Geschwindigkeit in diese ursprüngliche Richtung von uns fortzubewegen.

Linie Nummer drei ist interessant:

Die Steigung dieser Linie ist 45 Grad, was bedeutet, daß dieses Raumschiff in einer Sekunde eine Lichtsekunde weit fliegt - es bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit. Da sich - wie wir später sehen werden - kein Körper mit Lichtgeschwindigkeit bewegen kann, muß es sich hier um einen Lichtstrahl handeln.

Linie Nummer vier schließlich gehört zu einem Raumschiff, das sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit "nach hinten" von uns entfernt. Die Mannschaft von Raumschiff Nummer vier würde natürlich behaupten, daß wir uns aus ihrer Sicht nach vorne wegbewegen, aber das ist haargenau dasselbe - nur aus anderem Blickwinkel.

WICHTIGE ANMERKUNG: Alle vier "Raumschiffe" bewegen sich auf ein- und derselben Geraden! Wäre dies nicht so, könnten wir kein Minkowskidiagramm zeichnen.

Ein Minkowskidiagramm wird also "von links nach rechts" gelesen - die folgende kleine Animation verdeutlicht dies:

Animation abspielen

-----

Beispiel eines relativistischen Vorgangs:

Versetzen wir uns für einige Augenblicke an Bord der Enterprise:

Cpt. Picard: "Worf, ich habe soeben eine Nachricht vom klingonischen Kriegsschiff erhalten, Sie mögen zu Verhandlungen auf ihr Schiff kommen. Nehmen Sie ein Shuttle."

Kurz nachdem Worf die Enterprise mit einem Shuttle verlassen hat, bemerkt LaForge, daß das Shuttle einen schlimmen Defekt hat. Er sendet eine Nachricht (die sich - wie alle Licht- und Funksignale - mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet) an Worf, er müsse sofort zur Enterprise zurückkehren. Sobald Worf die Nachricht erhält, macht er kehrt und dockt an die Enterprise an.

Das ganze sieht in einem Minkowski-Diagramm so aus:

<Diagramm 2 anzeigen>

-----

---

## 1.11 srt.guide/Laengenmessung

Wie bestimmen wir am besten die Entfernung eines Gegenstandes?

Wir wissen, daß die Lichtgeschwindigkeit unveränderlich ist - was liegt also näher als das Licht selbst zur Messung von Entfernungen zu verwenden?

Ziel einer Apollo-Mission war es, einen Reflektor auf dem Mond aufzustellen. Mit hochpräzisen Geräten läßt sich nun dieser Reflektor von der Erde aus mit einem Hochleistungslaser anvisieren. Aus der Zeit, die zwischen dem Abschicken des Laserpulses und der Ankunft des reflektierten Strahls vergeht, läßt sich der Abstand des Mondes bestimmen. Verwendet man zur Zeitmessung eine Atomuhr, so kann die Entfernung des Mondes auf den halben Meter (!) genau angegeben werden.

<Diagramm 3 anzeigen>

$$\text{Geschwindigkeit} = \text{Weg} / \text{Zeit} \quad \Rightarrow \quad \text{Weg} = \text{Geschwindigkeit} * \text{Zeit}$$

Wir müssen lediglich daran denken, die so erhaltene Strecke noch zu halbieren, da ja das Licht hin und auch wieder zurück muß.

Angenommen, wir wollen wissen, zu welcher Zeit das Lichtsignal auf dem Mond eingetroffen ist. Wie machen wir das?

Wir bilden den Durchschnitt von Absendezeit und Empfangszeit, da die Ankunft des Signals auf der Mondoberfläche genau dazwischen liegen muß.

Sehen wir uns einmal genauer an, was wir hierbei eigentlich gemacht haben:

Das Ereignis "Unser Laserstrahl trifft auf dem Mond ein" stellt einen Punkt im Minkowskidiagramm dar.

Die Mitte zwischen den Ereignissen "Wir feuern den Laser ab" und "Wir empfangen den reflektierten Strahl" stellt auch einen Punkt im Minkowskidiagramm dar.

("Ereignis" ist übrigens nichts weiter als ein Synonym für "Punkt im Minkowskidiagramm")

Wir haben also zwei Ereignisse. Und wir wissen, daß beide Ereignisse gleichzeitig stattfinden. Das Licht braucht nämlich - da es sich immer mit derselben Geschwindigkeit ausbreitet - genausolange hin wie zurück. Wenn wir nun alle Ereignisse (Punkte), die gleichzeitig mit diesen beiden Ereignissen sind, verbinden würden, würden wir eine senkrechte Linie erhalten. Eine solche Linie, die gleichzeitige Ereignisse/Punkte markiert, nennen wir Gleichzeitigkeitslinie.

<Diagramm 4 anzeigen>

Für uns sind alle Gleichzeitigkeitslinien parallel zu der Achse, auf der wir den Ort abtragen. (Weshalb wir sie auch bisweilen "Ortslinien" nennen werden). Das ist ja auch irgendwie einleuchtend, denn

um eine Entfernung (oder Länge - was praktisch dasselbe ist) zu bestimmen, müssen wir wissen, wo sich zwei Punkte (die Endpunkte) zur selben Zeit befinden.

Zur Verdeutlichung:

Wenn ich die Länge eines Zuges wissen will, nutzt mir die Angabe:

"Die Lokspitze befand sich um 11.32.24 Uhr direkt an der Weiche, das Zugende um 11.33.04 Uhr 100 Meter hinter der Weiche" überhaupt nichts. Aus der Angabe

"Die Lokspitze befand sich um 12.22.42 direkt am Signal, das Zugende um 12.22.42 200 Meter hinter dem Signal" hingegen kann ich schließen, daß der Zug 200 Meter lang sein muß.

## 1.12 srt.guide/Geschwindigkeitsmessung

Mit der bereits besprochenen Methode der Entfernungsbestimmung hat man feststellen können, daß sich der Mond pro Jahr etwas mehr als einen Meter von der Erde entfernt.

Was bedeutet diese Aussage?

Daß sich der Mond pro Jahr ca. einen Meter weiter entfernt ist eine Geschwindigkeitsangabe. Die Entfernungsgeschwindigkeit beträgt 1m / Jahr.

Wir haben also die Geschwindigkeit eines Objekts (des Mondes) dadurch gemessen, daß wir den Abstand zu diesem Objekt zu zwei verschiedenen Zeitpunkten bestimmt haben und einfach die Streckendifferenz durch die Zeitdifferenz geteilt haben. Daß dieser Vorgang eigentlich viel komplizierter ist als man auf den ersten Blick vermuten will, zeigt das Minkowskidiagramm:

<Diagramm 5 anzeigen>

Die Laufzeitdifferenz (in Sekunden) entspricht exakt der doppelten Abstandsdifferenz (in Lichtsekunden) zwischen den Messungen (da ja das Licht hin und wieder zurück muß, wie wir bereits wissen.)

Mit dieser Methode läßt sich die Geschwindigkeit jedes sich gleichförmig (d.h. inertial, träge) (von uns weg oder auf uns zu) bewegenden Körpers bestimmen.

## 1.13 srt.guide/Intervalle

Nehmen wir an, wir haben zwei beliebige Ereignisse (also Punkte) im Minkowskidiagramm vorgegeben. Dann gibt es - unter der Voraussetzung, daß nichts schneller als Licht ist, drei Möglichkeiten:

- 1.: Ein Signal, das sich langsamer als das Licht bewegt, kann vom "früheren" zum "späteren" Ereignis gelangen.  
In diesem Fall nennen wir die beiden Ereignisse zeitartig.

2.: Nur ein Lichtsignal ist schnell genug, um vom früheren zum späteren Ereignis zu gelangen. Solche Ereignisse heißen lichtartig.

3.: Selbst ein Lichtsignal wäre zu langsam, um vom früheren zum späteren Ereignis zu gelangen. Wir nennen solche Ereignisse raumartig.

<Diagramm 6 anzeigen>

In diesem Diagramm sind jeweils die Ereignisse, die "gedachte" Verbindungslinie zwischen ihnen und zwei vom früheren Ereignis ausgehende Lichtstrahlen eingezeichnet.

Eins ist nun sehr wichtig:

Wir wissen, daß sich nichts schneller als das Licht ausbreiten kann (dazu später mehr) - jedenfalls nichts, was Information überträgt.

Das bedeutet aber, daß ein Ereignis nur dann Ursache für ein anderes Ereignis sein kann, wenn beide zeit- oder allerhöchstens lichtartig sind. Raumartige Ereignisse können nicht voneinander abhängig sein.

Beispiel: Ich fliege (bzw. drifte) mit meinem Raumschiff durch das All und werde urplötzlich - "aus heiterem Himmel" sozusagen - von einem faustgroßen Kleinkörper getroffen. Angenommen, ich würde irgendwie erfahren, daß vier Sekunden vor dem Aufprall ein zu dieser Zeit (d.h. eben gerade 4 s vor dem Aufprall) zehn Lichtsekunden entferntes Raumschiff seinen ganzen Bord-Müll einfach über die Reling gekippt hat, dann würde kein galaktisches Gericht meine Schadensersatzklage gegen dieses Schiff wegen fahrlässiger Sachbeschädigung durch unachtsame Müllentsorgung anerkennen. Das Schiff war einfach zu dieser Zeit zu weit weg, um mit der Sache etwas zu tun zu haben.

## 1.14 srt.guide/Gleichzeitigkeit

Kommen wir nun endlich zum ersten relativistischen Phänomen: der Relativität der Gleichzeitigkeit

Wir wissen inzwischen, wie wir "Gleicher-Ort-Linien" finden können. Es sind dies Parallelen zu unserer eigenen Weltlinie.

Wir wissen auch, wie wir mit Hilfe von Lichtsignalen "Gleichzeitigkeitslinien" finden können. (Lichtsignal zu einem Spiegel absenden/ Mitte zwischen den Ereignissen "Senden" und "Empfangen" suchen/ mit dem zum Ereignis "Reflexion am Spiegel" gehörenden Punkt verbinden)

Außerdem wissen wir, daß alle "Gleicher-Ort-Linien" wie auch alle "Gleichzeitigkeitslinien" untereinander jeweils parallel sein müssen.

Sehen wir uns doch mal an, was passiert, wenn wir ein einige Lichtsekunden vor uns ruhendes Raumschiff bei dem Spiegel-Versuch beobachten.

<Diagramm 7 anzeigen>

Eigentlich genau das, was wir erwartet haben: die "Gleichzeitigkeitslinie des fremden Schiffes" ist für uns auch eine Gleichzeitigkeitslinie.

Was passiert aber nun, wenn sich das beobachtete Schiff bewegt?  
Wir müssen zwei Fälle unterscheiden:

Das Schiff bewegt sich von uns weg  
Das Schiff bewegt sich auf uns zu

Was ist hier los? Die Gleichzeitigkeitslinien des beobachteten Schiffes sind auf einmal zu unseren eigenen Gleichzeitigkeitslinien nicht mehr parallel! Das heißt aber, daß Ereignisse, die wir "gleichzeitig" nennen für das bewegte Schiff nicht gleichzeitig erscheinen und umgekehrt.  
Zur Verdeutlichung:

<Diagramm 9 anzeigen>

Wir würden sagen, daß Ereignis A vor Ereignis B stattfindet, weil es in unserem System eine Gleichzeitigkeitslinie gibt, für die A auf der linken und B auf der rechten Seite liegt.  
Ein bewegter Beobachter, dessen Gleichzeitigkeitslinien "schief" verlaufen, würde aber sagen, daß B vor A kommt, weil es für ihn eine Gleichzeitigkeitslinie gibt, für die B links und A rechts liegt!

Kann das sein? Haben wir etwa einen Fehler gemacht?

Versetzen wir uns einmal in den anderen Beobachter:  
Wir verwenden sozusagen einen Lichtstrahl, um eine Gleichzeitigkeitslinie zu bestimmen. Gerechtfertigt haben wir dieses Vorgehen damit, daß die Lichtgeschwindigkeit für jeden Beobachter gleich ist. Da wir aber wissen, daß dies so sein muß, haben wir keinen Fehler gemacht und unsere Gleichzeitigkeitslinie stimmt.

Welche Folgen ergeben sich nun aus dieser Aussage?

Wir haben gesehen, daß zwei Ereignisse, die für uns gleichzeitig sind, für einen bewegten Beobachter nicht gleichzeitig erscheinen. Es kann sogar sein, daß die zeitliche Reihenfolge für beide genau umgekehrt erscheint. Je schiefere die Gleichzeitigkeitslinie des bewegten Beobachters verläuft, desto stärker fällt uns dies auf. Wir sehen auch, daß die Gleichzeitigkeitslinie des zweiten Beobachters für uns umso schiefere verläuft, je schneller sich dieser bewegt.  
Die Gleichzeitigkeitslinie eines sich mit  $1/30\,000\,000\,c$  (36 km/h) bewegenden Beobachters ist zu unserer eigenen praktisch parallel. Deshalb fällt dieser Effekt "im alltäglichen Bereich" auch nicht auf.

Kann es nun sein, daß sich ein Beobachter so schnell bewegt, daß "die Zeit für ihn rückwärts zu laufen scheint", m.a.W. kann seine Gleichzeitigkeitslinie so flach verlaufen, daß die zeitliche Reihenfolge zweier Ereignisse A und B, von denen Ereignis A die Ursache für Ereignis B ist, umgekehrt erscheinen?

Beispiel zur Verdeutlichung:

---

Wir zünden eine Sylvesterrakete. Sie hebt ab, fliegt ein Stück und explodiert schließlich. Kann es nun einen Beobachter geben, für den dieser Vorgang so aussieht, daß die Rakete explodiert bevor sie gezündet wird?

<Diagramm 10 anzeigen>

## 1.15 srt.guide/Raumzeit

Stellen wir uns vor, wir beobachten eine "ruhende" Uhr.

Das Weiterrücken des Sekundenzeigers ist ein Ereignis. Markieren wir für eine gegebene Uhr all diese Ereignisse im Minkowskidiagramm, so erhalten wir eine Reihe von Punkten, die alle auf einer Geraden liegen. Diese Gerade nennen wir "Zeitlinie". Für den Fall, daß wir die Uhr bei uns tragen, ist diese Zeitlinie gerade unsere Weltlinie, anderenfalls eine zu unserer Weltlinie parallel verlaufende Linie. Der "räumliche Abstand" zweier Punkte auf dieser Linie ist Null, der "zeitliche Abstand" jedoch nicht.

Sehen wir uns nun eine sich "inertial" bewegende Uhr an:

Die Weltlinie dieser Uhr verläuft für uns nun nicht mehr flach. Bewegen wir uns jedoch mit der Uhr mit, so ist alles wie vorher. Die Weltlinie der Uhr ist für sie eine Zeitlinie. Alle parallelen Linien auch. Zwei Punkte auf der Zeitlinie der Uhr haben für einen sich mit der Uhr mitbewegenden Beobachter keinen Abstand voneinander.

Deshalb nennen wir "Zeitlinien" auch "Linien gleichen Ortes" und "Ortslinien" auch "Gleichzeitigkeitslinien".

<Diagramm 11 anzeigen>

Besteht nun eine allgemeingültige Beziehung zwischen den Orts- und Zeitlinien eines jeden Beobachters? Sehen wir uns dazu das nächste Diagramm an:

<Diagramm 12 anzeigen>

Bemerkung: Da die beiden Lichtsignale einen rechten Winkel einschließen, läßt sich ein Thaleskreis über das Dreieck ABC schlagen. Das Dreieck AMC ist gleichschenkelig, weil zwei Seiten gleich lang sind. Deshalb sind die beiden Winkel  $\alpha$  gleich. Das heißt, daß die Lichtlinie mit der Orts- und mit der Zeitlinie denselben Winkel einschließt. Anders ausgedrückt: die Lichtlinie ist IMMER Winkelhalbierende zwischen Orts- und Zeitlinie. Das muß ja auch so sein, wenn die Lichtgeschwindigkeit in jedem System gleich ist.

Kehren wir nun zu der Frage zurück, wie flach eine Gleichzeitigkeits- oder Ortslinie verlaufen kann.

Da die Weltlinie für jeden Körper, der sich mit Unterlichtgeschwindigkeit bewegt, flacher als die Lichtlinie ist, muß die Ortslinie immer steiler als die Lichtlinie sein.

Zur Erinnerung:

Zwei Ereignisse, die durch eine Linie verbunden werden, die steiler als die Lichtlinie ist, heißen raumartig.

Zu zwei beliebigen raumartigen Ereignissen kann es also immer einen bewegten Beobachter geben, für den die beiden Ereignisse gleichzeitig sind. Das ist auch nicht weiter schlimm, da zwischen raumartigen Ereignissen kein kausaler Zusammenhang bestehen kann - mit anderen Worten: ein Ereignis kann nicht die Ursache für das andere sein.

Zeitartige Ereignisse hingegen laufen für jeden Beobachter in derselben Reihenfolge ab. Das muß auch so sein, weil ansonsten Wirkung vor Ursache kommen könnte. Setzen wir voraus, daß dies unmöglich ist, so bedeutet dies, daß keine Ortslinie flacher als die Lichtlinie verlaufen kann. Das heißt aber, daß keine Zeitlinie (Weltlinie) steiler als die Lichtlinie verlaufen kann, mit anderen Worten: nichts bewegt sich schneller als das Licht.

(Jehova! Jehova! Man kann sich doch schneller als das Licht bewegen, aber trotzdem leider (gottseidank?) nicht schneller als {"c" Link "c"}!)

## 1.16 srt.guide/Geschwindigkeitsaddition

"Nichts bewegt sich schneller als das Licht" haben wir im letzten Kapitel festgestellt. ←

Was aber, wenn ich mich mit  $0.8c$  von einer Raumstation entferne und in Flugrichtung eine Rakete, die sich mit  $0.3c$  bewegt, abfeuere?

Wie schnell ist die Rakete für einen Beobachter auf der Raumstation? Um diese Frage geht es hier. Klar sein sollte uns inzwischen, dass die Antwort nicht  $1.1c$  lautet. Aber warum?

Ein Problem taucht nun hier auf: bisher haben wir uns drum gedrückt, eine Skaleneinteilung auf den Achsen vorzunehmen. Wir haben zwar gesagt, daß eine Lichtsekunde nach oben "genauso lang" ist wie eine Sekunde nach rechts, aber wir haben bisher nie auch wirklich "1 Sekunde" irgendwo auf der Zeitachse hingeschrieben. Das muß auf später verschoben werden, da wir uns bisher noch keine Gedanken darüber gemacht haben, wie die Zeit für einen bewegten Beobachter vergeht.

Wir können aber mit einer Reihe von parallelen Orts/Zeitlinien, die voneinander jeweils gleichen Abstand haben, eine gleichmäßige Einteilung unseres Minkowskidiagramms vornehmen:

<Diagramm 13 anzeigen>

Die Ortsabstände wurden so gewählt, daß sie genau den Zeitabständen entsprechen [  $x$  Sekunden  $\Leftrightarrow$   $x$  Lichtsekunden ], die Lichtlinie also zur Winkelhalbierenden wird.

Was hat uns das gebracht? Wir können zwar einem gegebenen Ereignis

auch jetzt noch nicht Ort und Zeit zuordnen, aber wir können immerhin Geschwindigkeiten direkt ablesen, wie das folgende Diagramm zeigt.

Diagramm 14 anzeigen>

Sehen wir uns an, wie eine solche Einteilung, die ein sich bewegender Beobachter macht, für uns aussehen würde:

<Diagramm 15 anzeigen>

Und nun sehen wir uns an, welche Geschwindigkeit ein Körper für uns hat, der sich für einen sich mit  $0.2c$  von uns wegfliegenden Beobachter mit  $0.8c$  bewegt:

<Achtung! Tief luftholen, gleich wird's ein wenig verwirrend...>

Diagramm 16 anzeigen>

Interessant, nicht? Für uns bleibt die Geschwindigkeit des sich im bewegten System bewegendem Körper unter der Lichtgeschwindigkeit, obwohl die simple Addition der Geschwindigkeiten hier  $c$  liefert.

Wir müssen also nun die richtige Formel für die "Addition von Geschwindigkeiten" suchen.

<Die folgenden Überlegungen sind ein wenig kompliziert. Es macht nichts, wenn Sie sie beim ersten Lesen dieses .guide noch nicht verstehen.>

Unser System sei das System  $S$ . Das des bewegten Beobachters das System  $S'$ . Alle Bewegungen seien von uns weg gerichtet.

Der bewegte Beobachter habe in unserem System die Geschwindigkeit  $0.7c$  und befinde sich zur Zeit  $t=0$  am selben Ort wie wir. Das bedeutet, daß wir die Steigung seiner Weltlinie erhalten, wenn wir eine Unterteilung nach rechts und  $0.7$  nach oben gehen. Eine Ortslinie erhalten wir, wenn wir  $0.7$  nach rechts und  $1$  nach oben gehen.

Wir wählen unsere Einteilung im Bewegten System nun so, daß die erste Markierung nun gerade dort landet, wo wir hingelangen, wenn wir in unserem System  $S$  eins nach rechts und  $0.7$  nach oben (bzw. umgekehrt für die Ortslinie) gehen.

Wenn sich nun im bewegten System ein Körper mit  $0.5c$  bewegt, bedeutet das, daß wir im System  $S'$   $1$  nach rechts und  $0.5$  nach oben gehen müssen.

1 auf der Zeitline im System  $S'$   
 $\Leftrightarrow 1$  rechts,  $0.7$  oben im System  $S$

$0.5$  auf der Ortslinie im System  $S'$   
 $\Leftrightarrow 0.5 * (1$  nach oben,  $0.7$  nach rechts) im System  $S$   
 $\Leftrightarrow 0.5$  nach oben,  $0.35$  nach rechts im System  $S$

1	rechts	0.7 oben
0.35	rechts	0.5 oben
-----		
1.35	rechts	1.2 oben

$$v = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} = \frac{\text{Anzahl Schritte nach oben} \cdot 1.2}{\text{Anzahl Schritte nach rechts} \cdot 1.35} = \frac{1.2}{1.35} = 0.8888888888c$$

Sehen wir uns das ganze jetzt mal allgemein und nicht mit speziellen Werten an:

Das System  $S'$  bewege sich mit der Geschwindigkeit  $v$ , der Körper im System  $S'$  mit der Geschwindigkeit  $w$ . Die Geschwindigkeiten seien angegeben als Bruchteile von  $c$ . (d.h. Geschwindigkeit/Lichtgeschwindigkeit)

Im Zähler steht 1.2. Diesen Wert haben wir durch Addition der Geschwindigkeiten ( $0.5+0.7$ ) erhalten.

Im Nenner steht 1.35. Auf diesen Wert sind wir durch  $1 + v \cdot w$  gekommen.

Die allgemeine Formel zur Addition zweier Geschwindigkeiten, die als Bruchteil von  $c$  gegeben sind, lautet also demnach:

$$x = \frac{v + w}{1 + v \cdot w}$$

Die Eigenschaften der Geschwindigkeitsformel

## 1.17 srt.guide/Zeitdilatation

Sehr oft hört man in Zusammenhang mit der SRT das Wort "Zeitdilatation", was soviel wie "Zeitdehnung" bedeutet. Was hat man sich unter diesem Begriff vorzustellen?

Stellen wir uns dazu folgendes Gedankenexperiment vor:

Wir sitzen in einem Zugabteil, das die Höhe 3m besitzt. Senden wir von der Decke einen Lichtblitz nach unten aus, so braucht dieser ziemlich genau 10 ns, bis er am Boden angelangt.  
[1 ns= 1 Nanosekunde = 1/ 1 000 000 000 Sekunde]  
(Wir wissen ja, daß die Lichtgeschwindigkeit immer gleich groß ist.)

Nehmen wir nun an, daß sich unser Zug mit der Geschwindigkeit  $0.6c$  vorwärtsbewegt. Ein außenstehender - "ruhender" - Beobachter würde sagen, daß der Lichtblitz einen längeren Weg als 3m zurückgelegt hat.  
<Wir gehen hierbei von der

Annahme

aus, daß der bewegte Waggon genauso hoch ist wie der ruhende.>

Dies zeigt das folgende Bild:

<Diagramm 17 anzeigen>

Achtung !!!

Da sich der Lichtstrahl diesmal nicht in Bewegungsrichtung, sondern senkrecht ausbreitet, läßt sich dieser Vorgang nicht in einem Minkowskidiagramm darstellen !

Anim abspielen

Wir sehen, daß das Licht für den ruhenden Beobachter eine viel größere Strecke zurücklegt als für den bewegten Beobachter. Das bedeutet aber, daß - da die Lichtgeschwindigkeit immer gleich ist - für den ruhenden, außerhalb des Zuges stehenden Beobachter mehr Zeit vergeht als für den bewegten - obwohl beide ein- und denselben Vorgang betrachten!

Man kann also sagen, daß für uns die Zeit des bewegten Beobachters "gedehnt" abläuft.

Wenn zum Zeitpunkt 0 sowohl unsere Uhr als auch eine bewegte Uhr im Zug die Zeit 00:00:00 anzeigen, zeigt unsere Uhr eher die Zeit 00:00:01 an als die bewegte. Sobald die bewegte Uhr die Zeit 00:00:01 anzeigt, zeigt unsere Uhr bereits eine etwas spätere Zeit an.

Man beachte hierbei aber, daß wir den "Uhrenvergleich" in unserem System durchführen. Gleichzeitigkeit sieht für einen bewegten Beobachter ganz anders aus als für uns!

Sehen wir uns das einmal etwas genauer an.  
(Achtung! Jetzt wird's gleich ein wenig mathematisch!)

<Diagramm 18 anzeigen>

Nochmal: während wir beobachten, wie für den bewegten Beobachter im Zug die Zeit  $t = 10 \text{ ns}$  vergeht, vergehen für uns  
 $t' = t / (1 - v^2/c^2)^{1/2} = 12.5 \text{ ns}$

Um eine Vorstellung für die Zeitdehnung zu bekommen, fertigen wir eine Tabelle an.

Geschwindigkeit		Zeit bewegter Beobachter	Zeit ruhender Beobachter	Zeitfaktor
6000 km/h (Mach 5)		1s	1.000000000016 s	1.000000000016
0.1	c	1s	1.005 s	1.005
0.2	c	1s	1.021 s	1.021
0.3	c	1s	1.048 s	1.048
0.4	c	1s	1.091 s	1.091
0.5	c	1s	1.155 s	1.155
0.6	c	1s	1.25 s	1.25
0.7	c	1s	1.400 s	1.400
0.8	c	1s	1.667 s	1.667
0.9	c	1s	2.294 s	2.294
0.99	c	1s	7.089 s	7.089
0.999	c	1s	22.366 s	22.366
0.9999	c	1s	70.712 s	70.712

Im Schaubild sieht das so aus:

Funktionsgraph

Wenn für einen sich mit 99.9% der Lichtgeschwindigkeit bewegenden Beobachter eine Sekunde vergeht, vergehen für den ruhenden Beobachter mehr als 20 Sekunden!

Bei 99.99% der Lichtgeschwindigkeit ist es dann bereits mehr als eine Minute. (In einer Sekunde!)

Wir registrieren also, daß die bewegte Uhr langsamer zu laufen scheint. Geschwindigkeit dehnt also die Zeit.

Das Relativitätsprinzip verlangt, daß aus der Sicht der bewegten Uhr dasselbe Phänomen zu beobachten sein muß, d.h. der "bewegte Beobachter" wird feststellen, daß unsere Uhr langsamer läuft.

Wie kann es das geben? Wir sagen, die bewegte Uhr gehe langsamer, und der bewegte Beobachter sagt, unsere Uhr gehe langsamer?

Der Knackpunkt ist wieder einmal, daß die Gleichzeitigkeit für uns und den bewegten Beobachter völlig verschieden ist.

<Diagramm 19 anzeigen>

Für uns ist das Verhältnis Eigenzeit/bewegte Zeit =  $1.0/0.8 = 1.25$   
(Für uns läuft also die eigene Zeit "schneller".)

Für den bewegten Beobachter ist das Verhältnis  
Eigenzeit/bewegte Zeit =  $0.8/0.64 = 1.25$   
(Für den bewegten Beobachter läuft also auch "die eigene Zeit schneller".)

'n tolles Phänomen, diese "Zeitdilatation", nicht?

## 1.18 srt.guide/Laengenkontraktion

Im vorigen Kapitel haben wir herausgefunden, wie Zeit für einen bewegten Beobachter abläuft. Damit können wir nun endlich einen Zeitmaßstab in unsere Minkowskidiagramme eintragen.

<Diagramm 20 anzeigen>

Wir haben gesehen, daß die Zeitdilatation eng mit der Tatsache zusammenhängt, daß die Gleichzeitigkeitslinien eines bewegten Beobachters für uns schief verlaufen. Zeitabstände werden deshalb vom bewegten Beobachter anders abgelesen.

Da die Linien gleichen Ortes ebenfalls schief zu unseren liegen, wird es wohl einen ähnlichen Effekt geben, der darauf beruht, daß der bewegte Beobachter Ortsabstände - oder Längen, was dasselbe ist - anders mißt.

Das folgende Diagramm zeigt die "Weltlinie" eines für den bewegten Beobachter 1 Ls langen "Meterstabes".  
(eigentlich ist's die Summe der Weltlinien aller Punkte auf dem Meterstab und deshalb ein fetter Balken...)

<Diagramm 21 anzeigen>

Hier stellen wir fest, daß der Meterstab für uns "verkürzt" erscheint.

Da sich die Ort/Zeit-Einteilungen eines jeden Beobachters gerade so entsprechen, daß die Lichtlinie zur Winkelhalbierenden des Koordinatensystems wird, und der Winkel zwischen den Zeitlinien dem Winkel zwischen den Ortslinien entspricht, muß sich derselbe "Verzerrungsfaktor" wie für die Zeit ergeben - nur betrachten wir hier "gerade das umgekehrte Verhältnis", nämlich EIGENlänge des bewegten Körpers zu in unserem System gemessener Länge (bei der Zeitdilatation war's unsere eigene Zeit zu Zeit des bewegten Beobchters!), weshalb wir den Kehrrbruch des bei der Zeit gefundenen Verzerrungsfaktors nehmen müssen.

$$l' = l \sqrt{1-x^2}$$

(wobei  $x = v/c$  Geschwindigkeit als Bruchteil von  $c$ .)

Wir geben das Verhältnis in dieser Form an, weil jeder Körper eine "Eigenlänge", d.i. gerade die Länge, die ein Beobachter feststellt, für den der Körper ruht - besitzt.

Machen wir uns Zeitdilatation und Längenkontraktion an einem Beispiel klar:

Ein 1000 m langes Raumschiff, das sich mit 99.99%  $c$  bewegt, scheint für uns nur ca. schlappe 14 Meter lang zu sein!  
Wir stellen außerdem fest, daß der Sekundenzeiger im sich bewegenden Schiff nur alle 70s weiterrückt.

## 1.19 srt.guide/Minkowskiabstaende

Nachdem wir nun einen Blick auf die allseits berühmten Phänomene "Längenkontraktion" und "Zeitdilatation" geworfen haben, soll dieses Kapitel dazu dienen, unser Wissen anhand einiger Rückblicke weiter zu vertiefen.

Wir haben in Kapitel 5 gesehen, daß zwei Ereignisse "zeitartig", "raumartig", oder "lichtartig" sein können, und das alle Beobachter in dieser Beurteilung übereinstimmen werden. Dies sind aber nur qualitative Aussagen über den Zusammenhang von Ereignissen. "Rechnen" läßt sich damit nichts.

Ist es möglich, die Beziehung zwischen zwei Ereignissen irgendwie mit einem Zahlenwert, der für alle Beobachter gleich ist, genauer zu beschreiben?

(Natürlich ist es möglich, sonst würd ich ja auch nicht so blöd fragen.  
:-) )

Und: was bedeutet das überhaupt?

Dazu ein kleiner Vergleich:

Der Abstand zwischen Sydney und München beträgt 20000 km.

Jeder Beobachter - ganz egal, ob er in Rom, Moskau, Singapur, am Südpol, Nordpol, Ostpol oder Westpol (grins) steht, wird dies anerkennen.

Gibt es nun auch so etwas wie einen "Raumzeit-Abstand" zweier Ereignisse, der für alle Beobachter gleich ist?

Der Schlüssel zu dieser Frage liegt in den vorigen Kapiteln.

Wie wir gesehen haben, haben bewegte Beobachter eine andere Vorstellung von "Gleichzeitigkeit". Wir wissen, daß der Grund dafür ist, daß die Lichtgeschwindigkeit für jeden Beobachter gleich sein muß.

Eine Folge hiervon ist die Längenkontraktion. Andererseits haben wir aber gesagt, daß senkrecht zur Bewegungsrichtung Längen vom bewegten und vom ruhenden Beobachter gleich gemessen werden. Daß hängt damit zusammen, daß nur in Bewegungsrichtung eine unterschiedliche Vorstellung von Gleichzeitigkeit herrscht.

Zur Verdeutlichung:

Nehmen wir an, wir hätten ein kugelförmiges Raumschiff. Ein Beobachter, für den sich das Raumschiff bewegt, wird sagen, daß es die Form einer plattgedrückten Kugel - eines "Rotationsellipsoids" besitzt.

Wenn nun im Mittelpunkt des Raumschiffes eine Lampe angeschaltet wird, wird sich die Lichtwellenfront nach allen Seiten ausbreiten. Ein Beobachter im Raumschiff wird sagen, daß das Licht an jeder Stelle zur gleichen Zeit auf die Wand auftrifft. Ein außenstehender Beobachter, für den sich das Schiff bewegt, wird aber feststellen, daß sich die Vorderseite des Raumschiffes von der Lichtwelle weg und die Rückseite der Lichtwelle entgegen bewegt. Damit trifft für ihn das Licht ganz hinten eher als ganz vorne ein. Jedoch werden beide behaupten, daß das Licht am obersten und am untersten Punkt des Raumschiffs zur gleichen Zeit eintrifft. Senkrecht zur Bewegungsrichtung ist Gleichzeitigkeit für beide Beobachter identisch!

Kehren wir nun noch mal zu dem Experiment zurück, das uns auf die Formel für die Zeitdilatation gebracht hat.

Wir haben einen Lichtblitz von der Decke eines Waggons zum Boden geschickt. Da die Lichtgeschwindigkeit für jeden Beobachter gleich ist, und ein Beobachter, an dem der Zug vorbeifährt, genau die gleiche Höhe wie ein Passagier mißt, läßt sich so die Ausbreitung des Lichts von der Decke zum Boden als "Lichtuhr" benutzen. So weit, so gut.

Betrachten wir einen direkt unter der Deckenlampe, von der das Lichtsignal ausgeht, auf dem Boden liegenden Beobachter. (Noch nie zweiter Klasse gereist? :- ( ) Das Einschalten der Lampe stellt ein Ereignis dar. Unser Beobachter wird unter Zuhilfenahme seiner Gleichzeitigkeitslinie zu irgend einem Zeitpunkt sagen können: "jetzt in diesem Augenblick wird die Lampe eingeschaltet. (Gleich wird der Lichtblitz bei mir eintreffen.)"

---

[Das setzt natürlich voraus, daß der Beobachter über den Zeitablauf des Experiments vorher Bescheid weiß. Wüßte er nämlich nicht vorher, wann die Lampe eingeschaltet wird, gibt es für ihn keine Möglichkeit, das Einschalten festzustellen, bevor das Licht bei ihm ankommt. :-)]

Der Zeitpunkt, zu dem unser Beobachter am Boden des Waggons das sagt, stellt ein zweites Ereignis dar, das mit dem ersten Ereignis (Einschalten der Lampe) gleichzeitig ist. Sehr wichtig ist nun, daß diese Gleichzeitigkeit nicht relativ ist. Ein außenstehender Beobachter, an dem der Zug vorbeifährt, wird ebenfalls sagen, daß beide Ereignisse gleichzeitig sind. (Senkrecht zur Bewegungsrichtung, das ist der Grund, mein lieber Watson!)

Das Ereignis Nummer zwei hab ich nur deshalb eingeführt, weil darauf ein weiteres Ereignis (Nummer drei) folgt, das von diesem Ereignis für den Passagier im Zug zwar einen zeitlichen, aber keinen räumlichen Abstand hat. Nämlich das Eintreffen des Lichtsignals. Für den Beobachter außerhalb bewegt sich der Zug, so daß beide Ereignisse sowohl einen räumlichen als auch einen zeitlichen Abstand besitzen.

Ich merke gerade, daß mir dieses Kapitel ein wenig zu zäh wird. "Wie wär's denn mit 5 Minuten Pause? Sie dürfen auch rauchen." ;-)

Wieder da? Gut.

Noch mal zur Erinnerung: wir wollten auf einen "raumzeitlichen Abstand" hinaus, der für jeden Beobachter gleich ist.

Die Zeit, die für den Zugpassagier zwischen Ereignis eins und drei (oder eben zwei und drei, was ja wegen der Gleichzeitigkeit dasselbe ist,) liegt, haben wir zuvor in Diagramm 18 mit "t" bezeichnet. Der außenstehende Beobachter ordnet beiden Ereignissen einen zeitlichen Abstand  $t'$  sowie einen räumlichen Abstand  $x'$  zu. Der Zug hat sich ja in der Zwischenzeit um ein Stück weiterbewegt. ( $x' = v \cdot t'$ ) Ein Blick auf Diagramm 18 verrät uns, daß nach Pythagoras

$$c^2 t'^2 - x'^2 = t^2$$

gilt. Nehmen wir nun an, wir hätten noch einen weiteren Beobachter in einem Zug, der auf demselben Gleis wie unser Zug fährt. Meinetwegen soll er etwas schneller als unser Zug vor uns herfahren. (Obwohl das völlig egal ist...) Dieser dritte Beobachter ordnet Ereignis zwei und drei wiederum einen zeitlichen ( $t''$ ) und einen räumlichen Abstand zu. Für ihn gilt also ebenso:

$$c^2 t''^2 - x''^2 = t^2,$$

also folgt für zwei sich beliebig(\*) zueinander bewegende Beobachter, die zwei Ereignisse betrachten, welche für beide sowohl einen räumlichen als auch einen zeitlichen Abstand haben:

$$c^2 t'^2 - x'^2 = c^2 t''^2 - x''^2$$

(\*) Die Geschwindigkeiten der Züge waren ja beliebig. :-)

Für den Beobachter in dem Zug, in dem das Experiment stattfindet, haben beide Ereignisse - wie gesagt - nur einen zeitlichen Abstand  $t$ . Der Ortsabstand  $x$  ist

0. Deshalb gilt auch in diesem System (und somit wirklich ganz allgemein)

$$c^2 t'^2 - x'^2 = c^2 t^2 - x^2 = \text{für jeden Beobachter gleich} = " \leftrightarrow \text{Minkowski-Abstand}"$$

Damit sind wir am Ziel. Nagut, ich muß zugeben, daß ich ein wenig gemogelt hab, weil wir die Formel strenggenommen nur für zeitartige Ereignisse abgeleitet haben. Wer will, kann sich aber gerne anhand eines weiteren Gedankenexperiments das noch mal für raumartige Ereignisse überlegen. Allgemein gilt übrigens im dreidimensionalen Raum, daß der "Minkowskiabstand"

$$A = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

ist. Das Vorzeichen (d.h. ob ich jetzt  $c^2 t^2 - x^2$  oder  $x^2 - c^2 t^2$  als

Minkowskiabstand bezeichne) ist natürlich eine reine Definitionssache.

(Und an noch einer weiteren Stelle hab ich ein wenig geschummelt... weil da Quadrate drinstehen, haben wir's hier eigentlich mit einem Abstandsquadrat und nicht mit einem Abstand zu tun. [Man beachte das Auftreten der Einheit  $m^2$ !] Das Problem is nur, daß A auch negativ werden kann, und deshalb isses nix mit Wurzelziehen.)

Mit Pythagoras im Hinterkopf sehen wir nun, daß

"zeitartig" bedeutet, daß  $A > 0$  ist,  
 "raumartig" bedeutet, daß  $A < 0$  ist,  
 "lichtartig" bedeutet, daß  $A = 0$  ist.

Das Beste hab ich mir zum Schluß aufgehoben:

$$c^2 t^2 - x^2 = -1 \text{ m}^2$$

ist eine Gleichung zwischen x und t. Der Zusammenhang, den diese Gleichung darstellt, läßt sich also in ein t-x-Koordinatensystem - ein Minkoskidiagramm! eintragen.

Diagramm 22 anzeigen

Wie jeder, der sich schon einmal mit Kegelschnitten befaßt hat, sofort sieht, handelt es sich hierbei um die Gleichung einer Hyperbel.

Die Gleichung

$$c^2 t^2 - x^2 = 1 \text{ m}^2$$

stellt eine andere Hyperbel dar, die aus der ersten rein formal durch Vertauschen von x und ct, also in der Grafik durch Spiegeln an der Winkelhalbierenden entsteht.

Diese Hyperbeln haben nun einige überaus praktische Eigenschaften:

Zum einen haben wir gesagt, daß der Minkowskiabstand für alle Beobachter gleich ist. Das heißt doch, daß die Hyperbeln für jeden beliebigen Beobachter - bewege er sich wie immer er wolle - als solche Hyperbeln erscheinen müssen. Da kann das Koordinatensystem noch so schief sein -

Hyperbeln bleiben Hyperbeln.

Was den Hyperbeln jedoch unschätzbaren Wert verleiht, ist die Tatsache, daß auf ihr Punkte mit gleichem Minkowskiabstand liegen. Wenn wir beispielsweise "den oberen Hyperbelbogen" der Hyperbel von vorhin mit der Gleichzeitigkeitslinie eines bewegten Beobachters, der zum Zeitpunkt  $t'=t=0$  an uns vorbeifliegt, schneiden, erhalten wir einen Punkt mit Minkowskiabstand 1 vom Koordinatenursprung.

<Diagramm 23 anzeigen>

Für uns ist dieser Abstand sozusagen "gemischt räumlich/zeitlich", doch für den bewegten Beobachter ist dies (Lage der Gleichzeitigkeitslinie!) ein rein räumlicher Abstand, der vom Betrag her gleich 1 ist!!!

Das bedeutet nichts anderes, als daß wir die Hyperbeln als einfache Hilfsmittel zur Konstruktion eines Ortsmaßstabes (bzw. Zeitmaßstabes – einfach die gespiegelte Hyperbel nehmen. ;-)) verwenden können. Ist das nicht toll?

Und dann noch etwas, worauf ich gleich noch genauer eingehen werde:

Der obere Bogen der Hyperbel von vorher verläuft immer flacher als die Winkelhalbierende. Zwar sehr wohl oberhalb von ihr, aber dennoch immer flacher als sie. Das bedeutet aber, daß dies die Weltlinie eines Teilchens sein könnte, das sich – erlaubterweise ;-)) – immer mit Unterlichtgeschwindigkeit bewegt.

Etwas Seltsames hat die Bewegung aber dennoch.

So wird zum Beispiel der Lichtstrahl, der die Winkelhalbierende darstellt, dieses Teilchen niemals einholen, obwohl es nicht mit Überlichtgeschwindigkeit fliegt. Daß sich ein solches Teilchen nicht "inertial" bewegt, ist klar. Aber was macht es dann?

## 1.20 srt.guide/Beschleunigung

Kommen wir noch mal zurück zu diesem verrückten Teilchen aus Kapitel 11, das vor einem Lichtstrahl herfliegt, ohne von ihm eingeholt zu werden.

Die Bewegung, die so ein Teilchen ausführt, nennen wir mal vorerst – ganz geistreich – Hyperbelbewegung.

Daß eine Hyperbelbewegung irgendwie mit Beschleunigung zu tun hat, dürfte klar sein, denn eine "Trägheitsbewegung" sieht halt doch ganz anders aus.

Wir haben im letzten Kapitel gesagt, daß diese Hyperbeln für jeden bewegten Beobachter gleich aussehen. Außerdem haben wir gesehen, wie sich Maßstäbe mit Hyperbeln konstruieren lassen. Wenn wir nun eine Tangente in einem solchen zur Maßstabsbestimmung herangezogenen Hyperbelpunkt legen, muß diese parallel zu der Weltlinie sein, die zur Gleichzeitigkeitslinie gehört.

<Diagramm 24 anzeigen>

Wir wollen eine Aussage über die Beschleunigung während einer solchen Hyperbelbewegung machen. Allerdings müssen wir uns zuerst darüber klar werden, daß Beschleunigung in der speziellen Relativitätstheorie –

im Gegensatz zur allgemeinen - absolut ist. Wenn ein inertialer Beobachter feststellt, daß ein bestimmter Körper einer Beschleunigung ausgesetzt ist, wird das jeder beliebige andere inertielle Beobachter bestätigen können. Bei der Beurteilung der Stärke der Beschleunigung mögen verschiedene Beobachter jedoch wegen Zeitdilatation und Längenkontraktion zu verschiedenen Zahlenwerten kommen.

(Ja. Das ist kompliziert. Und: nein, wir brauchen uns darüber nicht den Kopf zu zerbrechen.)

Kann ein inertialer Beobachter feststellen, daß er sich bewegt?

- Nein, das Relativitätsprinzip, nach dem alle inertialen Beobachter in Hinblick auf die Interpretation der Naturgesetze gleichberechtigt sind, verbietet dies. Genausogut könnte sich die Umgebung bewegen.

Kann ein beschleunigter Beobachter feststellen, daß er beschleunigt wird?

- Ja, durch Beobachtung der wirkenden Kräfte. Das ist eigentlich eine ziemlich komplizierte Sache, die auf das "Machsche Prinzip" und das "Äquivalenzprinzip" hinausläuft - zwei Stützen der allgemeinen Relativitätstheorie, auf die ich leider in diesem Guide nicht eingehen kann, aber es ist grundsätzlich möglich. Das interessiert uns hier, sonst nichts.  
Beispielsweise ist die Kraft, die uns beim Gas geben in den Sitz drückt, eine solche Kraft, die eine Beschleunigung anzeigt.

Schon mal beim Bremsen (Bremsen = negative Beschleunigung) vom eigenen Hinterrad überholt worden? Auf diesen Effekt will ich hinaus.

Wenn ein sich bewegender Beobachter feststellen kann, ob er beschleunigt wird, kann er auch die Größe der Beschleunigung - so wie er sie empfindet - messen. Das Resultat wird - wie bereits gesagt - im allgemeinen verschieden von den Messungen anderer Beobachter sein. Nennen wir diese spezielle Beschleunigung, die der Beobachter "an sich selbst mißt", einfach mal Eigenbeschleunigung.

Wie kann nun ein Astronaut seine Eigenbeschleunigung messen?

Eine Möglichkeit wäre, zu einem bestimmten Zeitpunkt einen Satelliten abzusetzen, der sich von da an inertial bewegt, und vom Satelliten messen zu lassen, wie schnell die Rakete des Astronauten nach einer gewissen Zeitspanne ist.

Beschleunigung ist Geschwindigkeitsänderung pro Zeit.

Je kleiner diese Zeitspanne gemacht wird, desto mehr nähert sich der vom Satelliten bestimmte Zahlenwert der durchschnittlichen Beschleunigung über diese Zeitspanne dem Wert der Eigenbeschleunigung des Astronauten.

Da "Geschwindigkeit" durch eine Steigung der Zeitlinie zum Ausdruck kommt, läßt sich das so interpretieren:

<Diagramm 25 anzeigen>

Der Witz ist nun aber, daß die Hyperbel für jeden Beobachter gleich aussieht.

<Diagramm 26 anzeigen>

Ein ruhender Beobachter könnte annehmen, daß für seinen bewegten Kollegen die Hyperbel irgendwie verzerrt und verzogen aussieht, doch wie wir

gesehen haben, ist die Form der Hyperbel für jeden bewegten Beobachter gleich perfekt. Weil aber ein abgesetzter Satellit somit immer glaubt, "am Scheitel der Hyperbel" abgesetzt worden zu sein, welcher immer gleich aussieht (s.o.), ist die Eigenbeschleunigung immer dieselbe. Unser Raumfahrer wird konstant beschleunigt!

Blicken wir mal kurz ein wenig in die "nichtrelativistische" Newtonsche Theorie. Dort würde beim Auftragen von Position gegen Zeit eines gleichförmig beschleunigten Körpers eine Parabel entstehen. Das bedeutet insbesondere, daß die Lichtgeschwindigkeit keine Grenzgeschwindigkeit und überschreitbar wäre. Wir wissen jetzt, daß die Kurve konstanter Eigenbeschleunigung in der speziellen Relativitätstheorie keine Parabel, sondern eine Hyperbel ist. Anfangs ist die Abweichung beider Kurven voneinander klein, wächst aber, da die Geschwindigkeit (Steigung) sich immer mehr  $c$  nähert, immer stärker an. Für kleine Geschwindigkeiten ist Newton mal wieder eine gute Näherungsformel.

<Diagramm 27 anzeigen>

Parabel und Hyperbel sind beides Kegelschnitte. Ist es nicht wunderbar, beim Übergang von Newton zu Einstein lediglich ein Kegelschnitt durch einen anderen ersetzt werden muß?

Zum Schluß noch ein Schmankerl der besonderen Art:

<Diagramm 28 anzeigen>

Ein ruhender Beobachter sendet Signale an einen beschleunigten Beobachter und umgekehrt.

(Die Signale des beschleunigten Beobachters werden nicht in gleichen Zeitabständen abgeschickt, sorry. War einfach zu faul, auf der Hyperbel einen Zeitmaßstab zu konstruieren. Ist auch nicht gerade eine unaufwendige Sache, so was.)

Wir stellen fest, daß der inertielle Beobachter zwar zu jeder Zeit vom beschleunigten Beobachter Signale empfangen kann, daß dies umgekehrt aber nicht der Fall ist. Ab einem bestimmten Punkt erreichen den beschleunigten Beobachter keine Signale mehr vom inertialen Beobachter. Es sieht gerade so aus, als ob dieser aus seinem "beschleunigten Universum" herausgefallen wäre. Und es kommt noch schlimmer:

<Diagramm 29 anzeigen>

Hier haben wir zwei beschleunigte Beobachter, von denen keiner ein Signal vom anderen empfangen kann! Keiner kann also von der Existenz des anderen etwas wissen! Das ist natürlich schon ein wenig heftig.

Wir haben es in diesem Fall mit sogenannten "Ereignishorizonten" zu tun, die im letzteren Fall durch die beiden Lichtstrahlen dargestellt werden können. Ereignishorizonte begegnen uns eigentlich nur in der allgemeinen Relativitätstheorie, weshalb ich hier – grad wo's am schönsten ist – aufhören muß. Möchte nur noch sagen, daß der Fall des Beobachters aus Diagramm 28, der zwar Signale empfangen, aber nicht senden kann, nicht unähnlich dem ist, was in einem schwarzen Loch passiert.

## 1.21 srt.guide/Ubungsaufgaben

Nagut... das Guide is ziemlich unvollständig, geb ich zu. Für alle, die inzwischen die "Basics" verstanden haben und sich noch n wenig mit der Materie beschäftigen wollen, häng ich daher mal schnell noch n paar weiterführende (oder auch irreführende... :- ) "Übungsaufgaben" an...

- 1.: Eine Rakete wird zur Zeit  $t=0$  gestartet und fliegt ab diesem Zeitpunkt mit  $v=0.8c$  von uns weg. Jede Sekunde wird ein Signal zur Rakete geschickt, welches von ihr reflektiert wird.

Zu welchen Zeiten werden die Signale abgeschickt, wann reflektiert, und wann kommen sie wieder an?

Welche Zeiten werden von einem Beobachter in der Rakete festgestellt? Die Rakete wird mit grünem Licht der Wellenlänge 500 nm bestrahlt. Welche Wellenlänge hat das zurückgeworfene Licht? Welche Wellenlänge stellt eine Person in der Rakete fest?

- 2.: Eine 100 m lange Rakete bewegt sich mit  $0.8c$  auf die 80 m lange Schleuse einer Raumstation zu. Da sie längenkontrahiert ist, können kurzzeitig beide Schleusentore geschlossen werden. Aber aus der Sicht der Rakete ist die Schleuse kontrahiert, so daß sie eigentlich nie und nimmer reinpassen könnte... Wie gibt's das?

- 3.: Gegeben seien zwei unendlich lange parallele Drähte. In beiden bewegen sich Elektronen mit konstanter Geschwindigkeit in dieselbe Richtung. Wie sieht ein Elektron des einen Drahtes den anderen Draht? (Hinweis: es fließt zwar Strom, doch die Drähte sind - aufgrund der positiv geladenen Atomrümpfe - elektrisch neutral.)

- 4.: Ein Leuchtturm drehe sich einmal in der Sekunde. Wie schnell bewegt sich der Lichtfleck auf einer 1 Lichtjahr weit entfernten Wand? Wie gibt's das?

## 1.22 srt.guide/Ende

Dieses Guide ist hier zu Ende. (Schluchtz. :\textdegree{}- ) )

Vielleicht lass ich mich ja dazu bewegen, irgendwann einmal noch ein paar Kapitel über das "Zwillingsparadoxon", Magnetismus und den Dopplereffekt zu schreiben. Das hatt ich nämlich ursprünglich auch vor. Und sobald ich nen Weg finde, Masse einfach verständlich einzubauen, würd ich gern noch n Kapitel über  $E=mc^2$  bringen. Aber vorerst mal hab ich auch noch anderes zu tun, sonst wird mein Lemmings-Leveleditor nie fertig. =;-)

Also zunächst mal goodbye... aber heute ist nicht alle Tage, ich komm wieder, keine Frage! Außerdem bin ich in wirklich dringenden Fällen von RT-Problemen, bei denen's um Leben und Tod geht, immer noch über meinen Email-Account an der "Another World" erreichbar.  
dexam@another.gun.de

Is übrigens ne wirklich gute Box. Einfach mal reinschauen schadet nicht.  
08651/64218 ISDN: 989760 (bei der ISDN bin ich mir ned 100% sicher...)  
Achtung: Zeichensatz auf IBM-ANSI stellen. (Nein, die Box läuft auf einem  
A3000)

Ciao!

---